EJERCICIOS DE DOMINIOS DE FUNCIONES

Calcular los dominios de las siguientes funciones:

1. $f(x) = \dfrac{x}{x-1} \quad \Rightarrow x - 1 = 0 \quad \Rightarrow x = 1 \quad \Rightarrow$ Dominio f(x): $\mathbb{R} - \{1\}$

2. $f(x) = \dfrac{2}{x^2 + 2x + 1} \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \quad \Rightarrow x = -1 \quad \Rightarrow$ Dominio f(x): $\mathbb{R} - \{-1\}$

3. $f(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1} \quad \Rightarrow x^2 + 1 = 0 \quad \Rightarrow x^2 = -1 \quad \Rightarrow x = \pm\sqrt{-1}$ sin solución. $\Rightarrow$ Dominio f(x): $\mathbb{R}$

4. $f(x) = \sqrt{x+1} \quad \Rightarrow x + 1 \geq 0 \quad \Rightarrow x \geq -1 \quad \Rightarrow$ Dominio f(x): $[-1, \infty)$

5. $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8} \quad \Rightarrow x^2 - 6x + 8 \geq 0 \quad \Rightarrow (x-2)(x-4) \geq 0 \quad \Rightarrow$ Dominio f(x): $(-\infty, 2] \cup [4, \infty$

6. $f(x) = \log\ x^2 - 6x + 8 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 > 0 \quad \Rightarrow (x-2)(x-4) > 0 \quad \Rightarrow$ Dominio f(x): $(-\infty, 2) \cup (4, \infty$
   *** El 2 y el 4 no los incluimos, el logaritmo daría 0 y no existe.

7. $f(x) = \log(x+1) \quad \Rightarrow x + 1 > 0 \quad \Rightarrow \quad x > -1 \quad \Rightarrow$ Dominio $f(x) = (-1, \infty)$
   *** El -1 no lo incluimos, el logaritmo daría 0 y no existe.

8. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x-1}} \quad \Rightarrow \begin{cases} \text{Denominador irracional, el dominio sería desde } [1, \infty) \\ \text{Como también es racional para } x = 1 \text{ no existe } \Rightarrow \textbf{Dom f(x)} = (1, \infty) \end{cases}$

9. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - 4}} \quad \Rightarrow \begin{cases} \text{Denominador irracional, el dominio sería } (-\infty, -2] \cup [2, \infty) \\ \text{Para } x = \pm 2 \text{ la función } \nexists \quad \Rightarrow \textbf{Dom f(x)} = (-\infty, -2) \cup (2, \infty) \end{cases}$

10. $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+3}{x-2}} \quad \Rightarrow \dfrac{x+3}{x-2} \geq 0$

1- Dadas las funciones f y g defininidas por $f(x) = 2x + 1$, y $g(x) = x^3$ halla las funciones $(g \circ f)$ y $(f \circ g)$.

Para no liarnos: la función que me encuentro 1º hace de "esqueleto" y donde tenga x colocamos la otra, respetando el exponente que lleve la x.

$(g \circ f)$

Me encuentro 1º con g(x) la escribo así $\boxed{\text{aqui colocamos la función } f(x)}^3$

el resultado sería este: $(g \circ f) = \boxed{2x+1}^3 \Rightarrow$ $\mathbf{(g \circ f)_{(x)} = g[f(x)] = (2x+1)^3}$

$(f \circ g)$

Me encuentro 1º con f(x) la escribo así $2\,\boxed{g(x)} + 1 \Rightarrow 2(x^3) + 1$

el resultado sería: $\mathbf{(f \circ g)_{(x)} = f[g(x)] = 2x^3 + 1}$

2 - Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 5x + 3$ y $g(x) = x^2$, hallar $f[g(x)]$ y $g[f(x)]$.

$f[g(x)]$

$(f \circ g)_{(x)} = f[g(x)] = \boxed{g(x)}^2 - 5\,\boxed{g(x)} + 3 \Rightarrow$

$f[g(x)] = \boxed{x^2}^2 - 5\,\boxed{x^2} + 3 \Rightarrow \mathbf{f[g(x)] = x^4 - 5x^2 + 3}$

$g[f(x)]$

$(g \circ f)_{(x)} = g[f(x)] = \boxed{f(x)}^2 \Rightarrow$ $\mathbf{(g \circ f)_{(x)} = g[f(x)] = (x^2 - 5x + 3)^2}$

3 - Dadas las funciones $f(x) = \operatorname{sen} x$ y $g(x) = x^2 + 5$, hallar $(g \circ f)$ y $(f \circ g)$.

$(g \circ f)$

$(g \circ f)_{(x)} = g[f(x)] = \boxed{f(x)}^2 + 5 \Rightarrow (g \circ f)_{(x)} = g[f(x)] = (\operatorname{sen} x)^2 + 5 \Rightarrow$ $\mathbf{(g \circ f)_{(x)} = \operatorname{sen}^2 x + 5}$

$(f \circ g)$

$(f \circ g)_{(x)} = f[g(x)] = \operatorname{sen}\,\boxed{g(x)} \Rightarrow$ $\mathbf{(f \circ g)_{(x)} = \operatorname{sen}(x^2 + 5)}$

1- Calcular la función recíproca de $f(x) = 2x + 5$

- Cálculos

Para calcular una función inversa de otra, donde hay "x" ponemos "y", donde hay "y" ponemos "x" (respetando los exponentes). Despejamos la nueva "y", esa función es la recíproca.

Para resolver mejor, en lugar de poner f(x) vamos a escribir y = 2x + 5.

$$y = 2x + 5 \xrightarrow{\text{Cambiamos}} x = 2y + 5 \quad \xrightarrow{\text{Despejamos}} y = \frac{x - 5}{2} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{f^{-1}(x) = \frac{x - 5}{2}}$$

- Comprobamos

$$\left(f(x) \circ f^{-1}(x)\right) = x \quad \Rightarrow \quad 2\left(\frac{x - 5}{2}\right) + 5 = x - 5 + 5 = x \ .$$

Obtenemos la función identidad, entonces f(x) y $f^{-1}(x)$ son recíprocas.

2 - Calcular la función recíproca de $f(x) = x^3 - 6$

$$y = x^3 - 6 \quad \xrightarrow{\text{Cambiamos}} \quad x = y^3 - 6 \quad \xrightarrow{\text{Despejamos}} y = \sqrt[3]{x + 6} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x + 6}}$$

Comprobamos $\left(f(x) \circ f^{-1}(x)\right) = x \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sqrt[3]{x + 6}}^{\,3} - 6 = \left(\sqrt[3]{x + 6}\right)^3 - 6 = x$

3 - Calcular la función recíproca de $f(x) = \frac{x + 3}{x - 2}$

$$y = \frac{x + 3}{x - 2} \quad \xrightarrow{\text{Cambiamos}} x = \frac{y + 3}{y - 2} \quad \xrightarrow{\text{Despejamos}} x\,(y - 2) = y + 3 \quad \Rightarrow$$

$$x\,y - 2x = y + 3 \quad \Rightarrow x\,y - y = 2x + 3 \quad \Rightarrow y\,(x - 1) = 2x + 3 \quad \Rightarrow y = \frac{2x + 3}{x - 1} \quad \Rightarrow \mathbf{f^{-1}(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}}$$

Comprobamos $\left(f(x) \circ f^{-1}(x)\right) = x \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\boxed{\dfrac{2x + 3}{x - 1}} + 3}{\boxed{\dfrac{2x + 3}{x - 1}} - 2} = \dfrac{\dfrac{2x + 3 + 3x - 3}{x - 1}}{\dfrac{2x + 3 - 2x + 2}{x - 1}} = \dfrac{5x}{5} = x$

+ Ver temas relacionados ...