RESUMEN DE LOGARITMOS

- **Logaritmos. Operaciones y propiedades.**

Logaritmos 1: DEFINICIÓN de LOGARITMO

- Si $a > 0$ y $a \neq 1$, se llama logaritmo en base a de un número N, al número x al que hay que elevar la base para obtener como resultado N, es decir:

$$\log_a N = x \iff a^x = N$$

- **Ejemplos:**

* $\log_2 16 = 4 \; porque \; 2^4 = 16$
* $\log_3 81 = 4 \; porque \; 3^4 = 81$
* $\log_2 1024 = 10 \; porque \; 2^{10} = 1024$
* $\log_5 \frac{1}{25} = -2 \; porque \; 5^{-2} = \frac{1}{25} = \frac{1}{5^2}$
* $\log_3 \frac{1}{243} = -5 \; porque \; 3^{-5} = \frac{1}{243} = \frac{1}{3^5}$
* $\log_2 1 = 0 \; porque \; 2^0 = 1$

Logaritmos 2: LOGARITMOS DECIMALES Y LOGARITMOS NEPERIANOS

- **Logaritmos decimales**

- Son logaritmos en base 10, y en este caso no se escribe la base.

* $\log 100 = 2 \text{ porque } 10^2 = 100$
* $\log 10000 = 4 \text{ porque } 10^4 = 10000$
* $\log 0{,}01 = \log_{10}\left(\frac{1}{100}\right) = -2 \text{ porque } 10^{-2} = \frac{1}{100}$
* $\log 0{,}00001 = -5$

- La calculadora efectúa este tipo de logaritmos (tecla log)

- **Logaritmos neperianos**

- Son logaritmos en base el número "*e*", se indican con los símbolos Ln, ln o L.

* $Ln\, e^2 = 2 \; porque \; e^2 = e^2$
* $Ln\, e^{-5} = -5$
* $\text{Ln}\,\frac{1}{\text{e}^4} = -4$

La calculadora efectúa este tipo de logaritmos (tecla ln)

Logaritmos 3: PROCEDIMIENTOS PARA CALCULAR LOGARITMOS:

- Para calcular el logaritmo en base a de un número N, podemos descomponer este como producto de factores y así podremos determinar a qué exponente debemos elevar a para obtener como resultado N. (ver los ejemplos del primer apartado).

RESUMEN DE LOGARITMOS

- ✓ Si descomponiendo en factores no se puede determinar a qué exponente debemos elevar la base para obtener como resultado N (porque no es un número entero), para resolver el logaritmo tendremos que transformarlo en una ecuación exponencial.

- ✓ **Ejemplo:**

$log_4 32 =$?, tenemos problemas, $4^2 = 16$ y $4^3 = 64$, por lo tanto tendrá que ser un número decimal comprendido entre 2 y 3, no podremos hacerlo por tanteo, transformaremos el logaritmo en una ***ecuación exponencial***

$log_4 32 = x$ equivale a la ecuación $4^x = 32$, debemos expresar los dos miembros como potencias de la misma base (base común 2)

$4^x = 32$; $(2^2)^x = 2^5$; $2^{2x} = 2^5$; $2x = 5$; $x = \frac{5}{2}$, entonces $log_4 32 = \frac{5}{2}$

- ➢ **fórmula del cambio de base** $log_a N = \frac{log_b N}{log_b a}$

Con esta fórmula podremos transformar el logaritmo en un logaritmo decimal o en un logaritmo neperiano y así lo podremos resolver con la calculadora

- ✓ **Ejemplo:** $log_3 256 = \frac{log\, 256}{log\, 3} = \frac{2,408}{0,477} = 5,048$

Logaritmos 4: PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

1.- No existe el logaritmo de números negativos, ni el logaritmo de 0, sea cual sea la base.

2.- $\boldsymbol{log_a(p \cdot q) = log_a p + log_a q}$ **3.-** $\boldsymbol{log_a \left(\frac{p}{q}\right) = log_a p - log_a q}$

4.- $\boldsymbol{log_a(p^n) = n \cdot log_a p}$ **5.-** $\boldsymbol{log_a \sqrt[n]{p} = \frac{1}{n} \cdot log_a p}$

6.- CONSECUENCIAS:

(I) $\boldsymbol{log_a(a^n) = n}$ **(II)** $\boldsymbol{log_a a = 1}$ **(III)** $\boldsymbol{log_a 1 = 0}$