# EJEMPLOS DE REPRESENTACIÓN DE CURVAS

## 1º)

**Representa la función** $f(x) = x^3 - 3x + 2 \quad \Rightarrow \quad y = x^3 - 3x + 2$

**Dominio** $\Rightarrow$ Dom f = $\mathbb{R}$ por ser polinómica

**Puntos de corte con los ejes** $\Rightarrow \begin{cases} \text{Eje OX} \Rightarrow y = 0. \text{ Las coordenadas son } (x, 0) \\ \text{Eje OY} \Rightarrow x = 0. \text{ Las coordenadas son } (0, y) \end{cases}$

Eje OX

Una función polinómica de grado 3 puede cortar al eje OX en 3 puntos.

Igualamos la función a 0 y resolvemos la ecuacion resultante. $\Rightarrow x^3 - 3x + 2 = 0$

La descomponemos en factores por Ruffini.

$x^3 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1)^2 \Rightarrow x = -2$ y $x = 1 \Rightarrow$ Puntos (-2,0) y (1,0)

Eje OY $\Rightarrow$ Un punto de corte. $x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow$ Punto (0,2)

**Monotonia** $\Rightarrow$ (Información que obtenemos de las derivadas)

**– Derivada primera**

$y = x^3 - 3x + 2 \quad \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$

Igualamos la derivada a 0 y resolvemos la ecuación.

$3x^2 - 3 = 0 \quad \Rightarrow x^2 = \frac{3}{3} = 1 \quad \Rightarrow x = \pm\sqrt{1} \quad \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow$ En estos puntos puede haber máximo o mínimo.

**– Crecimiento y decrecimiento**

Trazamos una recta marcamos el valor 1 y el -1. Nos queda dividida en 3 trozos.

Tomamos un valor de x para cada trozo, lo sustituimos en la derivada para ver su signo.

| $-\infty$ | $x = -2$ | $-1$ | $x = 0$ | $1$ | $x = 2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $f'(-2) > 0$ creciente | | $f'(0) < 0$ decreciente | | $f'(2) > 0$ creciente | |
| | | $\frown$ máximo | | $\smile$ mínimo | | |

**– Máximo y mínimo local**

$x = -1 \quad \Rightarrow$ creciente - decreciente $\Rightarrow$ máximo local $\Rightarrow f(-1) = 4 \Rightarrow$ Coordenadas (-1,4)

$x = 1 \quad \Rightarrow$ decreciente - creciente $\Rightarrow$ mínimo local $\Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow$ Coordenadas (1,0)

**2º)**

**Representa la función** $f(x)=\dfrac{x^2}{1-x^2} \quad \Rightarrow \quad y=\dfrac{x^2}{1-x^2}$

**Dominio:** $1-x^2=0 \rightarrow x=\pm 1 \quad \Rightarrow \mathrm{Dom}\, f = R - \{\pm 1\}$

**Asíntotas verticales**

$$x=-1 \Rightarrow \lim_{x\to -1} \frac{x^2}{1-x^2}=\frac{1}{0}=\infty.$$

$$\text{Límites laterales} \Rightarrow \lim_{x\to -1^-} \frac{x^2}{1-x^2}=\frac{+}{-}=-\infty \Rightarrow \lim_{x\to -1^+} \frac{x^2}{1-x^2}=\frac{+}{+}=+\infty$$

$$x=1 \Rightarrow \lim_{x\to 1} \frac{x^2}{1-x^2}=\frac{1}{0}=\infty.$$

$$\text{Límites laterales} \Rightarrow \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2}{1-x^2}=\frac{+}{+}=+\infty \Rightarrow \lim_{x\to 1^+} \frac{x^2}{1-x^2}=\frac{+}{-}=-\infty$$

**Asíntotas horizontales**

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{1-x^2}=\frac{\infty}{\infty} \Rightarrow \text{resolvemos} \lim_{x\to\infty} \frac{x^2}{1-x^2}=\frac{x^2}{-x^2}=-1 \Rightarrow \text{Asíntota horizontal en } y=-1$$

**Puntos de corte**

$$\text{Eje OX} \Rightarrow y=0 \Rightarrow \frac{x^2}{1-x^2}=0 \Rightarrow x^2=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow \text{Punto } (0,\ 0)$$

**Derivadas**

$$y=\frac{x^2}{1-x^2} \Rightarrow y'=\frac{2x}{\left(1-x^2\right)^2} \Rightarrow \frac{2x}{\left(1-x^2\right)^2}=0 \Rightarrow 2x=0 \Rightarrow x=0 \text{ puede haber máximo o mínimo.}$$

**Crecimiento y decrecimiento**

| | $x=-0,5$ | | $x=0,5$ | |
|---|---|---|---|---|
| $-\infty$ | $f'(-0,5)<0$ decreciente | 0 | $f'(0,5)>0$ creciente | $+\infty$ |
| | | $\cup$ mínimo | | |

**Mínimo local** en $x=0 \Rightarrow y=0$ . Coordenadas $(0,0)$

**1º)**

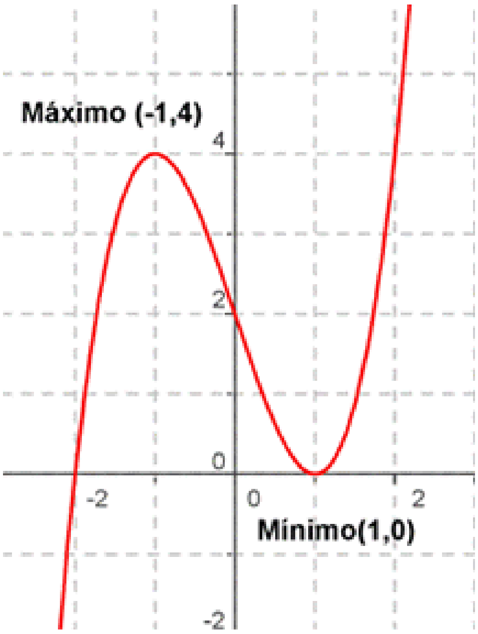
**Representamos los datos obtenidos :**

Puntos de corte : (1, 0), (−2, 0 ) y (0, 2)

Máximo local en el punto (−1, 4).
Curva creciente − decreciente.

Mínimo local en el punto (1, 0)
Curva decreciente − creciente.

Unimos los puntos anteriores.
Nos podemos ayudar utilizando los intervalos de crecimiento y decrecimiento.




**2º)**

**Representamos :**
$Dom\ f(x) = R - \{1, -1\}$
En estos puntos no existe función.
**Asíntotas verticales**
En $x = 1$ y en $x = -1$. Las representamos y miramos sus límites laterales.
**Asintota horizontal en $y = -1$.**
Para valores muy grandes o muy pequeños de $x$ la función tiende a $-1$.
**Puntos de corte $(0, 0)$**
**Mínimo en el punto $(0, 0)$**
Completamos ayudandonos de las asintotas, el crecimiento y decrecimiento.