ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

1º) Determina los valores de x entre 0 y 2п que satisfacen cada una de las ecuaciones siguientes:

a) sen x = 0,5 b) sen x = 0 c) sec x = 1 d) sen x = 2
e) tg x = $-4\sqrt{2}$ f) cos x = -0,5

sol:

a) $\frac{\pi}{6}$ y $\frac{5\pi}{6}$ b) x=0 y x=π c) x=0 y x= 2π d) ∄ sol e) x=280,02º y x=100,02º f) x= 120º y x=240º

2º) Resuelve las siguientes ecuaciones para 0 < x < 2π

a) 2cos x + 3 = 2 sol: x=$\frac{2\pi}{3}$ y x=$\frac{4\pi}{3}$

b) $sen^3x - 2 = -3sen^3x$ sol: 52º32´ y x=127º38´

c) senx(2 - senx) = - cos2x sol: x=$\frac{\pi}{2}$ y x=340º31´43,6´´

d) $cosx - 2sen^2x + 1 = 0$ sol: x= $\frac{3\pi}{2}$ $x = \frac{\pi}{6}$ y $x = \frac{5\pi}{6}$

e) $sen^2x = senx$ sol: x=0º y x=$\frac{\pi}{2}$

f) $sen^2x = 0,5sen^2x + 1$ sol: no tiene solución

g) $sen^2x = cos^2x - senx$ sol:x= $\frac{\pi}{6}$; x=$\frac{5\pi}{6}$; x=$\frac{3\pi}{2}$

3º) Resuelve en IR las siguientes ecuaciones:

a) $2sen^2x + 3cosx = 3$ sol: x=$\frac{\pi}{3}$ +2kπ; x=5$\frac{\pi}{3}$ +2kπ y x=0º +2kπ

b) $2sen^2x - senx = 0$ sol: x=0º +kπ; x= $\frac{\pi}{6}$ 2kπ ; x= $\frac{5\pi}{6}$ +2kπ

c) sen x · cos x =$\frac{1}{2}$ sol: x= π + 2kπ

d) $\sqrt{3}$ sen x + cos x = 1 sol: x= 2kп; x= $\frac{2\pi}{3}$ + 2kп

e) sen 2x + cos x=0 sol: x= $\frac{\pi}{2}$+ kп; x= $\frac{7\pi}{6}$ +2kп; x= $\frac{11\pi}{6}$ +2kп

f) 2sen x = -3 cos x sol: x= 123,70º+ 2kп; x= 303,70º +2kп

g) 3sen x· tg x + 3sen x –tgx -1 = 0 sol: x= $\frac{3\pi}{4}$ + kп; x= =19,47º +2kп; x= 160,53º + 2kп

Ejemplo de transformación de sumas en productos

4º) Resuelve: cos 2x – cos 6x = sen 5x + sen 3x

Observemos la gran variedad de arcos que hay, $2x$, $6x$, $5x$ y $3x$, pero observamos que $2x$ y $6x$ tienen la misma suma que $5x$ y $3x$, asi que decidimos transformar las sumas en productos:
Recordemos que:

$$\cos A - \cos B = -2\,\mathrm{sen}\,\frac{A+B}{2}\,\mathrm{sen}\,\frac{A-B}{2}$$

y que

$$\mathrm{sen}\,A + \mathrm{sen}\,B = 2\,\mathrm{sen}\,\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

de donde:

$$\begin{aligned} \cos(2x) - \cos(6x) &= -2\,\mathrm{sen}\,\frac{2x+6x}{2}\,\mathrm{sen}\,\frac{2x-6x}{2} \\ \mathrm{sen}(5x) + \mathrm{sen}(3x) &= 2\,\mathrm{sen}\,\frac{5x+3x}{2}\cos\frac{5x-3x}{2} \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación a resolver, nos queda:

$$\begin{aligned} -2\,\mathrm{sen}\,\frac{8x}{2}\,\mathrm{sen}\,\frac{-4x}{2} &= 2\,\mathrm{sen}\,\frac{8x}{2}\cos\frac{2x}{2} \\ -\,\mathrm{sen}(4x)\,\mathrm{sen}(-2x) &= \mathrm{sen}(4x)\cos(x) \end{aligned}$$

sabemos que $\mathrm{sen}(-\alpha) = -\,\mathrm{sen}\,\alpha$ y sustituyendo

$$\mathrm{sen}(4x)\,\mathrm{sen}(2x) = \mathrm{sen}(4x)\cos(x)$$

llevamos todo a un miembro

$$0 = -\,\mathrm{sen}(4x)\,\mathrm{sen}(2x) + \mathrm{sen}(4x)\cos x$$

sacamos factor común $\mathrm{sen}(4x)$

$$0 = \mathrm{sen}(4x)\,(-\,\mathrm{sen}(2x) + \cos x)$$

de donde uno de los factores tiene que ser cero.

$$\mathrm{sen}(4x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4x = 0 + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \\ 4x = \pi + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases}$$

$$-\,\mathrm{sen}(2x) + \cos x = 0$$

Aplicamos la fórmula del seno del ángulo doble,$\mathrm{sen}\,2x = 2\,\mathrm{sen}\,x\cos x$, para reducir la nueva ecuación.

$$-2\,\mathrm{sen}(x)\cos x + \cos x = 0$$

sacamos factor común $\cos x$

$$\cos x(-2\operatorname{sen} x+1)=0$$

y uno de los factores tiene que ser nulo, de donde:

$$\cos x = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=\pi/2+2k\pi \\ x=3\pi/2+2k\pi \end{array} \right.$$

$$-2\operatorname{sen} x+1=0 \Rightarrow \operatorname{sen} x = \frac{1}{2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=\pi/6+2k\pi \\ x=5\pi/6+2k\pi \end{array} \right.$$