

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \rightarrow y = 1 \\ 2 \rightarrow y = -1 \end{cases}$$

$$x_1 = 2, y_1 = -1; x_2 = 3, y_2 = 1$$

**47** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a)  $\begin{cases} y - x = 1 \\ 2^x + 2^y = 12 \end{cases}$                       b)  $\begin{cases} 5^x \cdot 5^y = 1 \\ 5^x : 5^y = 25 \end{cases}$

a)  $y - x = 1$   
 $2^x + 2^y = 12$   
 $y = 1 + x \rightarrow 2^x + 2^{1+x} = 12 \rightarrow 2^x + 2 \cdot 2^x = 12 \rightarrow$   
 $\rightarrow 3 \cdot 2^x = 12 \rightarrow 2^x = 4 \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 1 + 2 = 3$   
 $x = 2; y = 3$

b)  $5^x \cdot 5^y = 1$   
 $5^x : 5^y = 25$   
 $\left. \begin{aligned} 5^{x+y} &= 5^0 \rightarrow x + y = 0 \\ 5^{x-y} &= 5^2 \rightarrow x - y = 2 \end{aligned} \right\}$   
 $2x = 2 \rightarrow x = 1$   
 $1 + y = 0 \rightarrow y = -1$

Página 97

**Método de Gauss**

**48** Resuelve por el método de Gauss:

a)  $\begin{cases} x - y - z = -10 \\ x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + z = 8 \end{cases}$                       b)  $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$

a)  $\begin{cases} x - y - z = -10 \\ x + 2y + z = 11 \\ 2x - y + z = 8 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{matrix}} \begin{cases} x - y - z = -10 \\ 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = -2 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a + 2 \cdot 2.^a \end{matrix}}$

$\begin{cases} x - y - z = -10 \\ 2x + y = 1 \\ 7x = 0 \end{cases} \xrightarrow{\begin{matrix} x = 0 \\ y = 1 \\ z = -1 + 10 = 9 \end{matrix}} \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 9 \end{cases}$

$$b) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \end{cases} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3x + 2z = 5 \\ 2x + 2z = 4 \end{cases} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a - 2.^a \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3x + 2z = 5 \\ -x = -1 \end{cases} \begin{array}{l} x = 1 \\ z = \frac{5 - 3x}{2} = 1 \\ y = 3 - x - z = 1 \end{array} \begin{array}{l} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{array}$$

**49** Resuelve aplicando el método de Gauss:

$$a) \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a + 2 \cdot 1.^a \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ 3x + 3z = 36 \end{cases} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a : 3 \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ x + z = 12 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a + 2.^a \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} x + y + z = 18 \\ x - z = 6 \\ 2x = 18 \end{cases} \begin{array}{l} x = 9 \\ z = x - 6 = 3 \\ y = 18 - x - z = 6 \end{array} \begin{array}{l} x = 9 \\ y = 6 \\ z = 3 \end{array}$$

$$b) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 11 \\ x - 5y + 6z = 29 \end{cases} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a - 2 \cdot 1.^a \\ 3.^a - 1.^a \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \begin{cases} x + y + z = 2 \\ y + 3z = 7 \\ -6y + 5z = 27 \end{cases} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a + 6 \cdot 2.^a \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ y + 3z = 7 \\ 23z = 69 \end{cases} \begin{array}{l} z = \frac{69}{23} = 3 \\ y = 7 - 3z = 7 - 9 = -2 \\ x = 2 - y - z = 2 + 2 - 3 = 1 \end{array} \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 \end{array}$$

**50** Resuelve por el método de Gauss:

$$a) \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x + 6y - 2z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 2x - y + 4z = 4 \\ 2x - y + 6z = -1 \end{cases} \begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 3x + 2z = 13 \\ 3x + 4z = 8 \end{cases} \begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a \\ 3.^a - 2.^a \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 3x + 2z = 13 \\ 2z = -5 \end{cases} \begin{matrix} z = \frac{-5}{2} \\ x = \frac{13 - 2z}{3} = 6 \\ y = 9 - x + 2z = 9 - 6 - 5 = -2 \end{matrix} \left. \begin{matrix} x = 6 \\ y = -2 \\ z = \frac{-5}{2} \end{matrix} \right\}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 3x + 6y - 2z = 0 \\ 4x + y - z = 0 \end{cases} \begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a + 2 \cdot 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ 7x = 0 \\ 6x - 2y = 0 \end{cases} \begin{matrix} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{matrix}$$

**51** Resuelve aplicando el método de Gauss:

$$a) \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 6y - 5z = -4 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ x - 2y + 5z = 5 \\ 5x - 2y + 17z = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ 2x + 3y + 4z = 1 \\ -2x - y - 8z = -7 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 5z = -1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ -x + 2y + z = 5 \\ x + 4y + 3z = 1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 0 \\ -x + 4y + z = 2 \end{cases}$$

• Encontrarás sistemas compatibles (determinados e indeterminados) y sistemas incompatibles.

$$a) \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + 6y - 5z = -4 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a - 5 \cdot 3.^a \\ 3.^a \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} x - y = 1 \\ -3x + y = -4 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} 1.^a \\ 2.^a + 3 \cdot 1.^a \\ 3.^a \end{matrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{cases} x - y = 1 \\ -2y = -1 \\ x + y - z = 0 \end{cases} \begin{matrix} y = \frac{1}{2} \\ x = 1 + 1/2 = 3/2 \\ z = x + 1/2 = 2 \end{matrix} \left. \begin{matrix} x = 3/2 \\ y = 1/2 \\ z = 2 \end{matrix} \right\}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ x - 2y + 5z = 5 \\ 5x - 2y + 17z = 1 \end{cases} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{array} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ 2x + 6z = 8 \\ 6x + 18z = 4 \end{cases} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a : 2 \\ 3.^a : 6 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + 2y + z = 3 \\ x + 3z = 4 \\ x + 3z = 4/6 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \text{Las ecuaciones } 2.^a \text{ y } 3.^a \text{ dicen cosas contradicto-} \\ \text{rias.} \\ \text{El sistema es incompatible, no tiene soluci3n.} \end{array} \right\}$$

$$c) \begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ 2x + 3y + 4z = 1 \\ -2x - y - 8z = -7 \end{cases} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a - 3 \cdot 1.^a \\ 3.^a + 1.^a \end{array} \Rightarrow \begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ -x - 5z = -5 \\ -x - 5z = -5 \end{cases}$$

Hay dos ecuaciones iguales. El sistema es compatible indeterminado. Buscamos las soluciones en funci3n de  $z$ :

$$\begin{cases} x + y = 2 - 3z \\ -x = -5 + 5z \end{cases} \rightarrow \begin{cases} (5 - 5z) + y = 2 - 3z \rightarrow y = 2z - 3 \\ x = 5 - 5z \end{cases}$$

Soluci3n:  $x = 5 - 5z$ ,  $y = 2z - 3$ ,  $z = z$

$$d) \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ 3x - 2y - 2z = 2 \\ -5x + 3y + 5z = -1 \end{cases} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a - 2 \cdot 1.^a \\ 3.^a + 5 \cdot 1.^a \end{array} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y - z = 2 \\ -x = -2 \\ 5x - 2y = 9 \end{cases} \left. \begin{array}{l} x = 2 \\ y = \frac{5x - 9}{2} = \frac{1}{2} \\ z = 2x - y - 2 = \frac{3}{2} \end{array} \right\}$$

Soluci3n:  $x = 2$ ,  $y = \frac{1}{2}$ ,  $z = \frac{3}{2}$

$$e) \begin{cases} x + y + z = 3 \\ -x + 2y + z = 5 \\ x + 4y + 3z = 1 \end{cases} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a - 1.^a \end{array} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 3y + 2z = 8 \\ 3y + 2z = -2 \end{cases}$$

Las ecuaciones  $2.^a$  y  $3.^a$  obtenidas dicen cosas contradictorias. Por tanto, el sistema es incompatible.

$$f) \begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 0 \\ -x + 4y + z = 2 \end{cases} \begin{array}{l} 1.^a \\ 2.^a + 1.^a \\ 3.^a - 1.^a \end{array} \Rightarrow \begin{cases} -2x + y + z = 1 \\ x + 3y = 1 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$$

Hay dos ecuaciones iguales. El sistema es compatible indeterminado. Buscamos las soluciones en funci3n del par3metro  $y$ :

$$\begin{cases} -2x + z = 1 - y \\ x = 1 - 3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2(1 - 3y) + z = 1 - y \rightarrow z = 3 - 7y \\ x = 1 - 3y \end{cases}$$

Soluci3n:  $x = 1 - 3y$ ,  $z = 3 - 7y$

### Inecuaciones

**52** Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $2x - 3 < x - 1$

b)  $\frac{3x - 2}{2} \leq \frac{2x + 7}{3}$

c)  $-3x - 2 < 5 - \frac{x}{2}$

d)  $\frac{3x}{5} - x > -2$

a)  $x < 2$ ;  $(-\infty, 2)$

b)  $9x - 6 \leq 4x + 14 \rightarrow 5x \leq 20 \rightarrow x \leq 4$ ;  $(-\infty, 4]$

c)  $-6x - 4 < 10 - x \rightarrow -14 < 5x \rightarrow x > -\frac{14}{5}$ ;  $(-\frac{14}{5}, +\infty)$

d)  $3x - 5x > -10 \rightarrow -2x > -10 \rightarrow 2x < 10 \rightarrow x < 5$ ;  $(-\infty, 5)$

**53** Resuelve las siguientes inecuaciones:

a)  $5(2 + x) > -5x$

b)  $\frac{x - 1}{2} > x - 1$

c)  $x^2 + 5x < 0$

d)  $9x^2 - 4 > 0$

e)  $x^2 + 6x + 8 \geq 0$

f)  $x^2 - 2x - 15 \leq 0$

a)  $10 + 5x > -5x \rightarrow 10x > -10 \rightarrow x > -1$ ;  $(-1, +\infty)$

b)  $x - 1 > 2x - 2 \rightarrow 1 > x \rightarrow x < 1$ ;  $(-\infty, 1)$

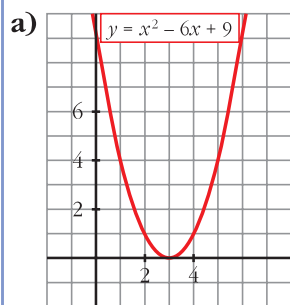
c)  $x(x + 5) < 0 \rightarrow -5 < x < 0$ ;  $(-5, 0)$

d)  $(3x - 2)(3x + 2) > 0 \rightarrow (-\infty, -\frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}, +\infty)$

e)  $(x + 2)(x + 4) \geq 0 \rightarrow (-\infty, -4] \cup [-2, +\infty)$

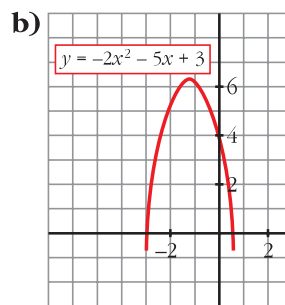
f)  $(x + 3)(x - 5) \leq 0 \rightarrow [-3, 5]$

**54** Observando la representación gráfica de estas parábolas, di cuáles son las soluciones de las ecuaciones e inecuaciones propuestas:



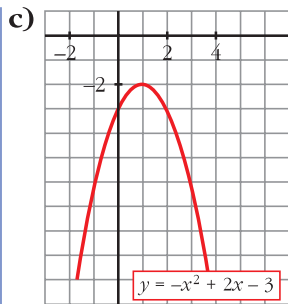
$x^2 - 6x + 9 = 0$

$x^2 - 6x + 9 > 0$



$-2x^2 - 5x + 3 = 0$

$-2x^2 - 5x + 3 \geq 0$

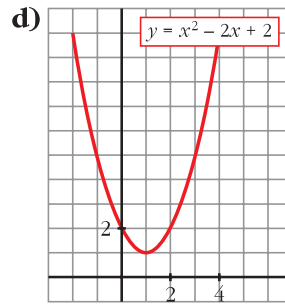


$$-x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$-x^2 + 2x - 3 < 0$$

- a) Ecuación:  $x = 3$   
 Inecuación:  $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$

- c) Ecuación: No tiene solución  
 Inecuación:  $\mathbb{R}$



$$x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x + 2 > 0$$

- b) Ecuación:  $x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{2}$   
 Inecuación:  $\left[-3, \frac{1}{2}\right]$

- d) Ecuación: No tiene solución  
 Inecuación:  $\mathbb{R}$

**55 Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:**

a) 
$$\begin{cases} 4x - 3 < 1 \\ x + 6 > 2 \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 3x - 2 > -7 \\ 5 - x < 1 \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 5 - x < -12 \\ 16 - 2x < 3x - 3 \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 2x - 3 > 0 \\ 5x + 1 < 0 \end{cases}$$

Resuelve cada inecuación y busca las soluciones comunes. Uno de los sistemas no tiene solución.

a) 
$$\left. \begin{array}{l} 4x < 4 \rightarrow x < 1 \\ x > -4 \end{array} \right\} (-4, 1)$$

b) 
$$\left. \begin{array}{l} 3x > -5 \rightarrow x > -5/3 \\ x > 4 \end{array} \right\} (4, +\infty)$$

c) 
$$\left. \begin{array}{l} x > 17 \\ 5x > 19 \rightarrow x > 19/5 \end{array} \right\} (17, +\infty)$$

d) 
$$\left. \begin{array}{l} x > 3/2 \\ x < -1/5 \end{array} \right\} \text{No tiene solución}$$

**56 Resuelve:**

a)  $-x^2 - 2x + 3 \geq 0$

b)  $5 - x^2 < 0$

c)  $x^2 + 3x > 0$

d)  $-x^2 + 6x - 5 \leq 0$

a)  $-(x + 3)(x - 1) \geq 0 \rightarrow [-3, 1]$

b)  $(\sqrt{5} - x)(\sqrt{5} + x) < 0 \rightarrow (-\infty, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, +\infty)$

- c)  $x(x + 3) > 0 \rightarrow (-\infty, -3) \cup (0, +\infty)$   
 d)  $-(x - 1)(x - 5) \leq 0 \rightarrow (-\infty, 1] \cup [5, +\infty)$

**57 Resuelve:**

**a)  $x^2 - 7x + 6 \leq 0$**

**b)  $x^2 - 7x + 6 > 0$**

$$x^2 - 7x + 6 = (x - 1)(x - 6)$$

a)  $[1, 6]$

b)  $(-\infty, 1) \cup (6, +\infty)$

**58 Comprueba que todos los números reales son solución de esta inecuación:**

$$5(x - 2) - 4(2x + 1) < -3x + 1$$

$$5x - 10 - 8x - 4 < -3x + 1$$

$$0 < 15$$

Queda  $0 < 15$ , que se verifica para todos los números reales.

**Página 98**
**59 Comprueba que no hay ningún número que verifique esta inecuación:**

$$3(x - 2) + 7 < x + 2(x - 5)$$

$$3x - 6 + 7 < x + 2x - 10$$

$$0 < -11$$

Queda  $0 < -11$ , que no es cierto.

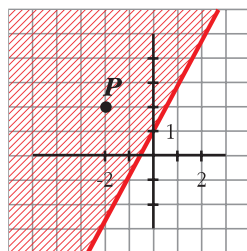
**60 Ana tiene 8 años menos que Javier. ¿Cuántos años puede tener Ana, si sabemos que el triple de su edad es mayor que el doble de la de Javier?**

Ana  $\rightarrow x$        $3x > 2(x + 8)$

Javier  $\rightarrow x + 8$        $3x > 2x + 16$

$$x > 16$$

Ana tendrá más de 16 años.

**61**


a) Comprueba que el punto  $P$  verifica la inecuación  $2x - y \leq -1$ .

b) Elige tres puntos cualesquiera de la zona rayada y prueba que son soluciones de la inecuación.

a) Las coordenadas de  $P$  son  $(-2, 2)$ .

Sustituyendo en la inecuación, queda:  $2 \cdot (-2) - (-2) = -2 \leq -1$

b) Por ejemplo,  $(-2, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(-1, -1)$ .

Todos los puntos de la zona rayada cumplen la inecuación.

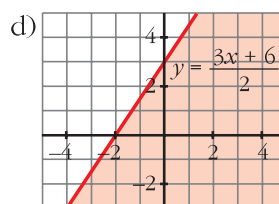
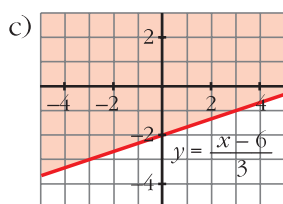
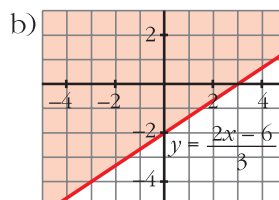
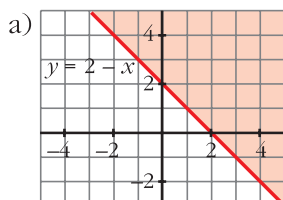
### 62 Resuelve gráficamente:

a)  $x + y - 2 \geq 0$

b)  $2x - 3y \leq 6$

c)  $\frac{x - 3y}{2} \leq 3$

d)  $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \geq -1$



### 63 Resuelve gráficamente:

a)  $\begin{cases} 2x + y \geq 2 \\ x \leq 3 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x - y \leq 3 \\ y \leq 2 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 2x + y \leq 5 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 3x - 2y \leq 5 \\ x + y \geq 8 \end{cases}$

